



Cálculo numérico de ecuaciones diferenciales parciales – Tarea 1

Tarea de casa 1.1 [Repetición: Cuadratura numérica]

El objetivo de esta tarea será la repetición de fórmulas de cuadratura para la solución numérica de integrales y la relación a ecuaciones diferenciales.

- (a) Dada una función $g(x) := 2x(1+x^2)^{-2}$. Aproxime la integral $\int_0^4 g(x)dx$, utilizando la fórmula de cuadratura de Gauss-Legendre para $k = 1$ de las siguientes maneras
- (i) resuelva el problema por una transformación afín al intervalo $[-1, 1]$
 - (ii) deduzca la fórmula de cuadratura por una transformación afín para el intervalo $[0, 4]$ y aplíquela a g
- (b) Resuelve la siguiente ecuación diferencial en formulación integral, integrando el lado izquierdo exactamente e integrando el lado derecho mediante la fórmula de trapecios

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} u'(t)dt = \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(t, u(t))dt$$

Tarea de casa 1.2 [Repetición: Métodos iterativos]

El objetivo de esta tarea será la recapitulación de los métodos iterativos (explícitos e implícitos) y su relación a diferencias finitas. Dada la ecuación diferencial ordinaria

$$u'(t) = f(t, u).$$

En este curso vamos a denotar el paso de tiempo $t_{n+1} - t_n$ opcionalmente como k o Δt .

- (a) Cuál método surge, si se sustituye la derivada por el cociente de diferencias hacia delante, comenzando de (t_n, u_n) ?
- (b) Cuál método surge, si se sustituye la derivada por el cociente de diferencias hacia atrás, comenzando de (t_{n+1}, u_{n+1}) ?

Tarea de casa 1.3 [Repetición: Método de Galerkin para EDOs]

Importante: Este todavía podría ser nuevo para usted, pero la idea central es la siguiente: Si la ecuación es válida para cada φ entonces cualquiera declaración sobre una función especial $\hat{\varphi}$ es válida, en cualquier caso.

Consideramos la formulación débil de una ecuación diferencial ordinaria en el intervalo $I = [t_0, t_0 + T]$

$$\int_I \langle u'(t) - f(t, u), \varphi \rangle dt = 0, \forall \varphi \in C(I)^d.$$

Tome nota de que, mediante una elección apropiada de una función de comprobación $\hat{\varphi} \in C(I)^d$ o una sucesión de funciones de comprobación se puede hacer declaraciones sobre la solución $u(t)$.

No se tiene que deducir una declaración sobre la formulación débil de la EDO, sino esa conclusión lógica, que necesitaremos algunas veces durante el semestre.

Esta hoja de trabajo sirve exclusivamente para la repetición de temas de clases introductorias al cálculo numérico. Se puede preguntar preguntas durante el primer ejercicio, por eso por favor mire las tareas de casa.