Institut für Angewandte Mathematik
Leibniz Universität Hannover
Prof. Dr. Thomas Wick
M.Sc. Philipp Thiele

Hannover, 11.-15.01.2021

Cálculo numérico de ecuaciones diferenciales parciales – Tarea 11

Ejercicio 11.1 [Estabilidad de la ecuación de calor]

Dada la ecuación de calor discretizada con la fórmula implícita de trapecios como integración de tiempo.

$$Mu_h^n + \frac{1}{2}kAu_h^n = Mu_h^{n-1} - \frac{1}{2}kAu_h^{n-1}$$

con las matrices introducidas en la lectura $M = \{(\varphi_i, \varphi_j)\}_{i,j=1}^M$ y $A = \{(\nabla\varphi_i, \nabla\varphi_j)\}_{i,j=1}^M$. Examine la estabilidad del algoritmo.

Tarea de casa 11.2 [Estabilidad del Fractional-Step-θ]

Sea A un operador elíptico. Consideramos el método de Fractional-Step-θ con los parámetros θ, α, β y $\theta' = 1 - 2\theta$.

$$u^{n+1} = (I + \alpha\theta kA)^{-1}(I - \beta\theta kA)(I + \beta\theta' kA)^{-1}(I - \alpha\theta' kA)(I + \alpha\theta kA)^{-1}(I - \beta\theta kA)u^n$$

(a) Deduzca la función de estabilidad $R(z)$

(b) Pruebe, que para la función de estabilidad

$$\lim_{z\to\infty} |R(z)| = \frac{\beta}{\alpha}$$

es válido, por tanto, que $\alpha \geq \beta$ tiene que cumplir, para recibir estabilidad no acotada para los valores propios máximos de A.